



کد کنترل

514

F

### آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنجشنبه  
۱۴۰۱/۱۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

مهندسی هوا فضا - دینامیک پرواز و کنترل (کد ۲۳۳۴)

زمان پاسخ گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات مهندسی - دینامیک پرواز پیشرفته ۱ - تئوری کنترل بهینه	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - دینامیک پرواز پیشرفته ۱ - تئوری کنترل بهینه):

۱- تابع  $f(x, y, t) = \frac{1}{t} e^{-\frac{x^2+y^2}{4t}}$  پاسخ کدام یک از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی (نسبی) زیر است؟

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (4)$$

۲- جواب عمومی معادله  $x \frac{\partial z}{\partial x} + z \frac{\partial z}{\partial y} = y$  کدام است؟

$$y + z = f(xy^2 - xz^2) \quad (1)$$

$$y + z = xf(y^2 - z^2) \quad (2)$$

$$y - z = f(xz^2 - xy^2) \quad (3)$$

$$y - z = xf(z^2 - y^2) \quad (4)$$

۳- معادله  $u_{xx} - u_{yy} = 0$  با کدام تغییر متغیرهای زیر به معادله  $u_{rs} = 0$  تبدیل می‌شود؟

$$\begin{cases} r = y + x \\ s = y - 2x \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} r = y - x \\ s = y + 2x \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} r = y + 2x \\ s = y - 2x \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} r = y + x \\ s = y - x \end{cases} \quad (3)$$

۴- اگر انتگرال فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$  به صورت  $f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{w} \sin w \cos wx \, dw$  باشد، حاصل

$$I = \int_0^{\infty} \frac{1}{w} \sin w \cos w \, dw$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{\pi} \quad (2)$$

$$\frac{4}{\pi} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (4)$$

۵- تبدیل فوریه کسینوسی  $e^{-2x}$  کدام است؟

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w^2 + 4} \quad (1)$$

$$2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w^2 - 4} \quad (2)$$

$$2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w^2 + 4} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w^2 - 4} \quad (4)$$

۶- فرض کنید  $f(z)$  تابعی تحلیلی با قسمت حقیقی  $\cos 2xy e^{x^2 - y^2}$  باشد، آنگاه  $f'(1)$  کدام است؟

$$2e \quad (1)$$

$$-e \quad (2)$$

$$-2e \quad (3)$$

$$e \quad (4)$$

۷- انتگرال تابع  $f(z) = z^{-3} \cosh z$  در جهت پاد ساعتگرد (مخالف حرکت عقربه‌های ساعت) روی دایره واحد کدام است؟

$$4\pi i \quad (1)$$

$$2\pi i \quad (2)$$

$$\pi i \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

۸- پاسخ معادله  $\cos z = 3$  کدام است؟

$$z = 2\pi n \pm i \ln \left( \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \right), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

$$z = \pi n \pm i \ln (3 \pm 2\sqrt{2}), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

$$z = 2\pi n \pm i \ln (3 \pm 2\sqrt{2}), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

$$z = \pi n \pm i \ln \left( \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \right), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

۹- ضریب  $z$  در بسط به سری لوران کسر  $\frac{1}{z^2 \sinh z}$  حول مبدأ کدام است؟

$$(1) -\frac{7}{360} \quad (2) \frac{7}{360}$$

$$(3) -\frac{7}{240} \quad (4) \frac{7}{240}$$

۱۰- تبدیل  $f(x) = \frac{i}{z}$  دایره  $|z-1|=1$  را به کدام شکل تبدیل می‌کند؟

(۱) خط موازی محور حقیقی در صفحه مختلط (۲) دایره‌ای به مرکز  $\frac{-i}{2}$  و شعاع  $\frac{1}{2}$

(۳) خط موازی محور موهومی در صفحه مختلط (۴) دایره‌ای به مرکز  $\frac{i}{2}$  و شعاع  $\frac{1}{2}$

۱۱- استفاده از یک فیلتر Wash Out در مسیر پسخور سیستم Yaw Damper به چه منظوری است؟

(۱) بهبود Over Shoot سیستم Yaw Damper پس از صدور فرمان غلطش

(۲) حل مشکل مقابله Yaw Damper با خلبان در زمان صدور فرمان غلطش

(۳) بهبود زمان رسیدن دامنه Yaw Damper به نصف، قبل از اعمال هرگونه کنترل

(۴) کاهش خطای ماندگار در خلبان خودکار برای جلوگیری از انحراف از مسیر پروازی

۱۲- در معادلات ۶ درجه آزادی حرکت هواپیما، PQ چه کمیتی است؟

(۱) شتاب (۲) شتاب زاویه‌ای

(۳) نیرو (۴) گشتاور

۱۳- کدام مورد در خصوص پدیده وارونگی اثر ایلرون (Aileron Reversal)، درست است؟

(۱) سرعت وارونگی، متناسب با  $Cl_\alpha$  است.

(۲) سرعت وارونگی، متناسب با عکس ضریب سختی پیچشی بال است.

(۳) این پدیده، تنها در بال‌های بدون زاویه برگشتی (Sweep) به وجود می‌آید.

(۴) برای یک بال مستطیلی نازک، این پدیده تابع فاصله مرکز ایرودینامیک از مرکز الاستیک مقطع بال نیست.

۱۴- کدامیک از مشتقات پایداری بر روی فرکانس پریود کوتاه هواپیما تأثیر گذارند؟

$$(1) C_{m\dot{\alpha}} \text{ و } C_{m\alpha} \quad (2) C_{m\dot{q}} \text{ و } C_{m\dot{\alpha}}$$

$$(3) C_{m\dot{q}} \text{ و } C_{m\alpha} \quad (4) C_{m\dot{q}} \text{ و } C_{m_0}$$

۱۵- یک هواپیمای متعارف چند مود نوسانی دارد؟

$$(1) 2 \quad (2) 3$$

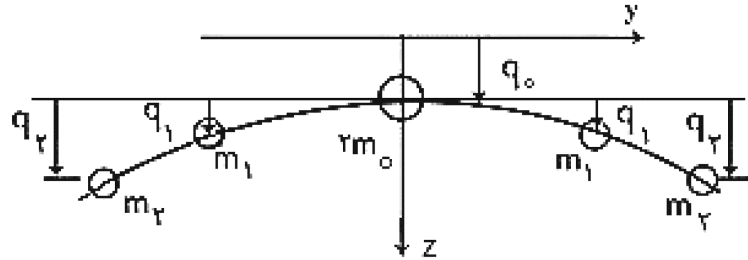
$$(3) 4 \quad (4) 5$$

۱۶- کدامیک از موارد زیر، شرط لازم برای پایداری استاتیکی هواپیماست؟

$$(1) \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} > 0 \quad (2) \frac{\partial C_M}{\partial u} < 0$$

$$(3) \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} > 0 \quad (4) \frac{\partial C_N}{\partial \beta} < 0$$

۱۷- در مدل الاستیک بال هواپیما، انرژی جنبشی سیستم بر حسب  $q_0$  و  $q_1$  و  $q_2$  و پارامترهای دیگر مسئله چیست؟



$$\frac{1}{2} [m_0 \dot{q}_0^2 + m_1 \dot{q}_1^2 + m_2 \dot{q}_2^2] \quad (۲) \quad \frac{1}{2} [m_0 \dot{q}_0^2 + m_1 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1)^2 + m_2 (\dot{q}_0 + \dot{q}_2)^2] \quad (۱)$$

$$m_0 \dot{q}_0^2 + m_1 \dot{q}_1^2 + m_2 \dot{q}_2^2 \quad (۴) \quad m_0 \dot{q}_0^2 + m_1 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1)^2 + m_2 (\dot{q}_0 + \dot{q}_2)^2 \quad (۳)$$

۱۸- برای انتقال از دستگاه اینرسی (با فرض زمین مسطح) به دستگاه باد متصل به هواپیما، به ترتیب، کدام یک از دوران‌های زیر طی می‌شود؟

(۱) یاو - پیچ - رول

(۲) هدینگ - زاویه مسیر - بنک

(۳) زاویه حمله - زاویه سرش جانبی - بنک

(۴) زاویه حمله - زاویه سرش جانبی - زاویه مسیر

۱۹- کدام یک از مراحل چهارگانه مدل‌سازی خلبان با  $\frac{\tau_{lead} + 1}{\tau_{lag} + 1}$  بیان می‌شود؟

(۱) تصمیم‌گیری راجع به عمل کنترلی

(۲) مشاهده کمیت پروازی و ارسال سیگنال به مغز

(۳) پردازش سیگنال توسط مغز و تشخیص میزان خطا

(۴) ارسال فرامین محاسبه شده به ماهیچه‌ها و ایجاد حرکت کنترلی

۲۰- معادلات حرکت انتقالی مرکز جرم یک جسم پرنده، که از قانون دوم نیوتن به دست می‌آید، کدام است؟ (متغیرهای نوشته شده در روابط در جدول زیر معرفی شده‌اند.)

U, V, W	مؤلفه‌های بردار سرعت
P, Q, R	مؤلفه‌های بردار سرعت زاویه‌ای
F <sub>x</sub> , F <sub>y</sub> , F <sub>z</sub>	مؤلفه‌های بردار نیرو

$$m(\dot{U} - QW + RV) = F_x$$

$$m(\dot{V} + RW - PU) = F_y \quad (۲)$$

$$m(\dot{W} + PV - QU) = F_z$$

$$m(\dot{U} - RW + QV) = F_x$$

$$m(\dot{V} + RU - PW) = F_y \quad (۴)$$

$$m(\dot{W} - PU + QV) = F_z$$

$$m(\dot{U} + QW - RV) = F_x$$

$$m(\dot{V} + RW - PU) = F_y \quad (۱)$$

$$m(\dot{W} + PU - QV) = F_z$$

$$m(\dot{U} - RV + QW) = F_x$$

$$m(\dot{V} + RU - PW) = F_y \quad (۳)$$

$$m(\dot{W} - QU + PV) = F_z$$

۲۱- معادلات حرکت پریود کوتاه (Short Period) هواپیما به شکل زیر داده شده است. اگر قانون کنترلی به صورت  $\delta_e = 2.0q - w$  در نظر گرفته شود، کدام گزینه در مورد پایداری هواپیما صحیح است؟ (w سرعت قائم، q سرعت زاویه‌ای فراز و  $\delta_e$  زاویه بالابر است.)

$$\begin{cases} \dot{w} = w + 5.0q \\ \dot{q} = -0.2w - 0.6q - 2\delta_e \end{cases}$$

(۱) هواپیما در حالت تعادل نیست. (۲) حرکت طبیعی هواپیما پایدار است.

(۳) سیستم کنترل حلقه بسته ناپایدار است. (۴) مرکز جرم هواپیما عقب‌تر از مرکز خنثی قرار دارد.

۲۲- اگر معادلات دینامیکی حرکت غلت (Roll) هواپیما و قانون کنترلی پس‌خور به صورت زیر باشد، تابع تبدیل

سیستم کنترل حلقه بسته  $\left( \frac{\phi(s)}{\phi_{ref}(s)} \right)$  کدام است؟

$$\begin{cases} \dot{p} = L_p \cdot p + L_{\delta A} \cdot \delta_A \\ \dot{\phi} = p \end{cases}$$

$$\delta_A = K_\phi(\phi_{ref} - \phi) - K_p p$$

$$\frac{-K_\phi \cdot L_{\delta A}}{s^2 + (K_p \cdot L_{\delta A} - L_p)s - K_\phi \cdot L_{\delta A}} \quad (1)$$

$$\frac{K_\phi \cdot L_{\delta A}}{s^2 + (K_p \cdot L_{\delta A} - L_p)s + K_\phi \cdot L_{\delta A}} \quad (2)$$

$$\frac{K_\phi \cdot L_{\delta A}}{s^2 + (K_p \cdot L_{\delta A} + L_p)s + K_\phi \cdot L_{\delta A}} \quad (3)$$

$$\frac{-K_\phi \cdot L_{\delta A}}{s^2 + (K_p \cdot L_{\delta A} + L_p)s - K_\phi \cdot L_{\delta A}} \quad (4)$$

۲۳- برای معادلات حرکت پریود کوتاه (Short Period) هواپیما به فرم زیر، اگر رابطه شتاب قائم هواپیما به صورت

$a_{zcg} = 1.0(\dot{\alpha} - q)$  باشد، تابع تبدیل شتاب قائم به الویتور  $\left( \frac{a_{zcg}(s)}{\delta_e(s)} \right)$  در کدام مورد درست است؟

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -6\alpha + q \\ \dot{q} = -5\alpha - 0.6q - 12\delta_e \end{cases}$$

$$\frac{72.0}{s^2 - 6.6s + 8.6} \quad (2)$$

$$\frac{72.0}{s^2 + 6.6s + 8.6} \quad (4)$$

$$\frac{-72.0}{s^2 + 6.6s + 8.6} \quad (1)$$

$$\frac{-72.0}{s^2 + 6.6s - 8.6} \quad (3)$$

۲۴- کدام یک از عوامل زیر، باعث کوپل شدن دینامیک طولی و عرضی یک هواپیمای متعارف نمی‌شود؟

(۱) موتور (۲) زاویه پیچ

(۳) نرخ پیچ پایا (۴) شتاب جاذبه زمین

۲۵- چنانچه در یک هواپیمای متداول به علت عدم تقارن جرمی، ممان ضریبی  $I_{xy}$  وجود داشته باشد ( $I_{xy} \neq 0$ )، گشتاور پیچ (Pitch Moment) و گشتاور رول (Roll Moment)، به ترتیب، (از راست به چپ) باعث ایجاد شتاب زاویه‌ای ناخواسته حول چه محورهایی خواهند شد؟

(۱) Pitch Rate - Roll Rate  
(۲) Pitch Rate - Yaw Rate  
(۳) Yaw Rate - Roll Rate  
(۴) Roll Rate - Pitch Rate

۲۶- طبق استانداردهای نظامی تحلیل کیفیت پروازی، فاز پروازی از نوع A شامل کدام یک از شرایط زیر می‌شود؟

(۱) نبرد هوایی (۲) نزول (۳) تقرب (۴) اوج‌گیری

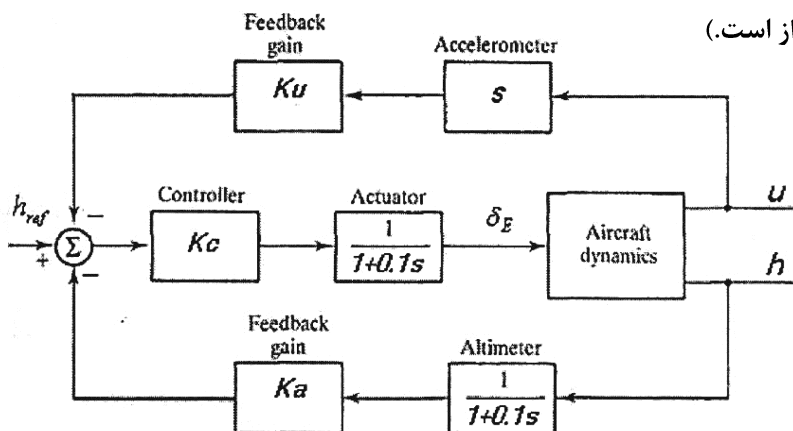
۲۷- کدام مورد در خصوص تعریف حاشیه پایداری استاتیکی طولی هواپیما، درست است؟

(۱) فاصله مرکز جرم هواپیما تا مرکز خنثی هواپیما  
(۲) فاصله مرکز جرم هواپیما تا مرکز آیرودینامیکی  
(۳) فاصله مرکز خنثی هواپیما تا مرکز آیرودینامیکی  
(۴) فاصله عقب‌ترین محل مرکز جرم هواپیما تا جلوترین محل مرکز جرم هواپیما

۲۸- نوسان فرکانس پایین، ویژگی کدام یک از پدیده‌های آبروالستیسیتنه است؟

(۱) Control divergence  
(۲) Control Reversal  
(۳) Buffeting  
(۴) Flutter

۲۹- در شکل زیر بلوک دیاگرام سیستم کنترل ارتفاع پرواز ترسیم شده است. قانون کنترلی (فیدبک) در کدام مورد درست است؟ ( $h$  ارتفاع و  $u$  سرعت پرواز است.)



$$\delta_E(s) = \frac{K_C}{1+0.1s} \cdot h_{ref} - \frac{K_C \cdot K_a}{(1+0.1s)^2} \cdot h(s) - \frac{K_C \cdot K_u \cdot s}{1+0.1s} \cdot u(s) \quad (1)$$

$$\delta_E(s) = \frac{K_C \cdot K_a}{(1+0.1s)^2} (h_{ref} - h(s)) - \frac{K_C \cdot K_u \cdot s}{1+0.1s} \cdot u(s) \quad (2)$$

$$\delta_E(s) = \frac{K_C}{1+0.1s} \cdot h_{ref} - K_C \cdot K_a \cdot h(s) - \frac{K_C \cdot K_u \cdot s}{1+0.1s} \cdot u(s) \quad (3)$$

$$\delta_E(s) = \frac{K_C}{(1+0.1s)^2} \cdot h_{ref} - \frac{K_C \cdot K_a}{1+0.1s} \cdot h(s) - \frac{K_C \cdot K_u \cdot s}{1+0.1s} \cdot u(s) \quad (4)$$

۳۰- مدل دوگان (Degan) برای بررسی کدام یک از پدیده‌های جوئی ارائه شده است؟

(۱) میکروبرست (Microburst)  
(۲) توربولنس (Turbulence)  
(۳) باد برشی (Wind Shear)  
(۴) گاست (Gust)

۳۱- سیستم زیر را در نظر بگیرید، شرط آنکه این سیستم کنترل پذیر باشد، کدام است؟

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u$$

$$\left( \begin{array}{l} b_1 \neq 0, b_2 \neq 0 \\ \lambda_1, \lambda_2 = \text{حقیقی} \end{array} \right)$$

$$(1) \lambda_1 \neq \lambda_2 \quad (2) \lambda_1 \neq 0 \text{ و } \lambda_2 \neq 0$$

$$(3) \lambda_1 \lambda_2 = 1 \quad (4) \lambda_1 = \lambda_2 = 1$$

۳۲- برای حرکت دورانی فضاپیما به کمک تراسترها، مدل زیر پیشنهاد شده است، که در آن می‌خواهیم زاویه نهایی  $\frac{1}{\epsilon}$

رادیان و مصرف سوخت، مینیمم باشد. معیار کارایی  $J$ ، کدام است؟ ( $\lambda$  گشتاور اعمالی،  $I$  ممان اینرسی  $I$  را واحد فرض کنید.)،  $\theta$  زاویه و  $\theta^\circ$  سرعت دورانی،  $t_p =$  زمان نهایی و  $\alpha =$  عدد مثبت)

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \theta^\circ \end{bmatrix}^\circ = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \theta^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad u = \frac{\lambda}{I}$$

$$(1) \int_0^{t_f} \left[ \alpha |u| + (\theta(t) - \frac{1}{\epsilon})^2 \right] dt$$

$$(2) \left[ \dot{\theta}(t_f) - \frac{1}{\epsilon} \right] + \alpha \int_0^{t_f} |u| dt$$

$$(3) \int_0^{t_f} (\theta(t) - \frac{1}{\epsilon})^2 dt$$

$$(4) \int_0^{t_f} |u| dt$$

۳۳- برای سیستم زیر، قیدی روی  $x$  و  $u$  نیست.  $Q \geq 0, R > 0$  و  $H$  با صفر شدن تابع همیلتونین اکستریمم

شده است. با چه شرطی این نقطه، مینیمم خواهد بود؟ ( $H$  تابع همیلتونین است.)

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_f) H x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} [x^T Q x + u^T R u] dt$$

$$(2) \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} > 0$$

$$(1) \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} < 0$$

$$(4) \frac{\partial^2 J}{\partial u^2} > 0$$

$$(3) \frac{\partial^2 J}{\partial u^2} < 0$$

۳۴- کدام یک از موارد معیار بهینه‌گی کمترین تلاش کنترلی در زمان کمینه به حساب می‌آید؟

$$(2) J = \int_{t_0}^{t_f} (|u| + t) dt$$

$$(1) J = \int_{t_0}^{t_f} (u^2 + 1) dt$$

$$(4) J = \int_{t_0}^{t_f} (u^2 + t) dt$$

$$(3) J = \int_{t_0}^{t_f} (|u| + 1) dt$$



۳۵- برای سیستم  $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$  با معیار کارایی  $J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} u^2 dt$ ، با فرض نامقید بودن کنترل و حالت، تابع

همیلتونین برابر با  $H = \frac{1}{2} u^2 + p_1 x_2 - p_2 x_2 + p_2 u$  است، که در آن  $p_1$  و  $p_2$  متغیرهای کمک حالت (costate) هستند.  $u$  بهینه کدام است؟

$$(1) -P_2^* \quad (2) -P_1^*$$

$$(3) P_1^* - P_2^* \quad (4) P_1^* + P_2^*$$

۳۶- معادله  $H - J - B$  برای یک سیستم پیوسته نوشته می‌شود و از آن  $J(x, t)$  به دست می‌آید. کدام یک از عبارتهای زیر، درست است؟

$$J^*(x, t) = h(x(t_f), t_f) + \int_t^{t_f} g(x, u, t) dt$$

(۱) دارای شرایط اولیه است.  $J(x(t_0), t_0) = h(x(t_0), t_0)$ .

(۲) دارای شرایط اولیه است.  $J(x(t_0), t_0) = g(x(t_0), u(t_0), t_0)$ .

(۳) دارای شرط مرزی نهایی است.  $J(x(t_f), t_f) = h(x(t_f), t_f)$ .

(۴) دارای شرط مرزی نهایی است.  $J(x(t_f), t_f) = g(x(t_f), u(t_f), t_f)$ .

۳۷- منحنی بهینه برای کمینه کردن تابع هزینه  $J = \int_0^1 \frac{x^2}{t} dt$  برای رسیدن از نقطه  $x(0) = 0$  به  $x(1) = 1$ ، کدام است؟

$$(1) x = t \quad (2) x = t^2$$

$$(3) x = \frac{\ln(t+1)}{\ln 2} \quad (4) x = \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

۳۸- منحنی که تابعی  $J(x(t), t) = \int_1^{t_f} [2x(t) + \dot{x}^2(t)] dt$  را اکستریم می‌کند، کدام است؟

(۱) الزاماً یک تابع درجه دوم بر حسب  $t$  است.

(۲) الزاماً یک تابع درجه اول بر حسب  $t$  است.

(۳) در صورت نامعین بودن  $t_f$  یک خط راست است.

(۴) بسته به معین بودن یا نامعین بودن  $t_f$ ، می‌تواند یک چندجمله‌ای از مرتبه صفر تا دو باشد.

۳۹- بهترین وجه تمایز دو مسئله مهم در کنترل بهینه LQR یا LQT، کدام است؟

**LQR  $\triangleq$  LINEAR QUADRATIC REGULATOR**

**LQT  $\triangleq$  LINEAR QUADRATIC TRACKING**

(۱) در LQT، کنترل بهینه در فرم حلقه بسته نیست و به صورت حلقه باز عمل می‌کند.

(۲) وجه تمایز خاصی وجود ندارد و با یک تغییر متغیر می‌توان از همان دستورات LQR برای تولید کنترل بهینه استفاده کرد.

(۳) هر دو مسئله دارای یک شرط بهینگی هستند، لکن معادلات حالت متفاوت منجر به نتایج متفاوت برای کنترل بهینه هر کدام خواهد شد.

(۴) وجه تمایز صرفاً در تابع هزینه است که در LQT مسیر مطلوب صفر نیست، بنابراین زمان کنترل بهینه برای LQT صرفاً تابعی از حالت نیست و ترمی اضافی دارد.

۴۰- برای سیستم با مسئله کنترل بهینه زیر، ماتریس وزنی مربوط به حالت و کنترل که با  $Q$  و  $R$  به آن اشاره می‌کنیم، کدام است؟

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = 2x_1 - x_2 + u(t)$$

$\bar{x}$  = STATE VECTOR

$$J = \int_0^T \left\{ [x_1(t) - 1]^2 + 0.1 \cdot 0.2 \delta u^2 \right\} dt \quad \bar{u} = u \triangleq \text{CONTROL}$$

$$R = 0.1 \cdot 0.5, \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$R = 0.1 \cdot 0.5, \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R = 0.1 \cdot 0.2 \delta, \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R = 0.1 \cdot 0.5, \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۴۱- در مورد معیار کارایی زیر، کدام عبارت درست است؟

$$J = H \|x(t_f) - r(t_f)\|^2 + \int_{t_0}^{t_f} [Q \|x(t) - r(t)\|^2 + R \|u(t)\|^2] dt$$

(۱) کنترل نقطه نهایی (terminal Control) در نظر گرفته نشده است.

(۲) حداقل کردن تلاش کنترلی در نظر گرفته نشده است.

(۳) تعقیب (tracking) در نظر گرفته نشده است.

(۴) حداقل کردن زمان در نظر گرفته نشده است.

۴۲- برای سیستم زیر که متغیرهای حالت و کنترل متغیر نیستند و  $H$  تابع همیلتونین و  $P$  متغیرهای کمک حالت (Costate) هستند، کدام مورد درست است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$$

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} u^2 dt$$

$$\dot{p} = -\frac{\delta H}{\delta x}$$

(۱) یکی از متغیرهای کمک حالت ثابت است.

(۲) یکی از متغیرهای کمک حالت صفر است.

(۳) یکی از متغیرهای کمک حالت نامعین است.

(۴) کنترل تابعی از تمام متغیرهای کمک حالت است.

۴۳- کنترل بهینه برای سیستم زیر با استفاده از معادله ریکاتی جبری، کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + bu, x(0) = x_0, x(T) = \text{Free}$$

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^2) dt$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & q^2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hint: General Riccati Equation is given,  $k(t_f) = h(x(t_f))$

$$\dot{K} + Q - KBR^{-1}B^TK + KA + A^TK = 0; u^* = -R^{-1}B^TK(t)x(t)$$

$$u^* = -\sqrt{q} x_1 - qx_2 \quad (2)$$

$$u^* = -qx_1 \quad (1)$$

(۴) سیستم مشاهده پذیر نیست.

$$u^* = -\sqrt{1+2q} x_1 - qx_2 \quad (3)$$

۴۴- در تابع  $J = \int_1^{t_f} (\frac{4}{\lambda} t + x'^2 t^3) dt$  و با شرایط  $x(t_f) = 3, x(1) = 0$  برای آنکه J حداقل شود،  $t_f$  کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۱/۵

(۳) ۱

(۴) -۱

۴۵- جواب معادله اویلر برای تابع  $J = \int_{t_0}^{t_f} g(x, \dot{x}, t) dt$ ، در کدام حالت زیر، الزاماً یک خط راست است؟

(۲) g از t مستقل باشد.

(۱) g از  $\dot{x}$  مستقل باشد.

(۴) g تنها تابع x باشد.

(۳) g از x و t مستقل باشد.

